

Klausur zum Wintersemester 2011/12

Name: _____

Matrikel-Nr: _____

E-Mail: _____ (optionale Schnell-Korrektur)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	15	20	20	15	15	15

Als Hilfsmittel sind die von dem Lehrbeauftragten zur Verfügung gestellten Unterlagen (Skripte und Musteraufgaben inkl. Lösungen) sowie handschriftliche Notizen und ein einfacher, nicht programmierbarer Taschenrechner zugelassen. Andere elektronischen Hilfsmittel und Bücher in jeglicher Form sind nicht gestattet.

Runden Sie Ihre Ergebnisse auf 2 Stellen nach dem Komma.

1. Geben Sie für die genannten Merkmale die mögliche Gesamtmasse und Einheit sowie deren Identifikationskriterien an.
Welcher Skalentyp mit welchen möglichen Transformationen liegt je Merkmal vor?
Handelt es sich um Bestands- oder Bewegungsmasse? (Begründung!)
 - a) Anzahl der Werbeblätter /-einlagen in der Samstagsausgabe der Fuldaer Zeitung.
 - b) Flughafenkürzel eines europäischen Flughafens (Bsp.: FRA=Frankfurt).
 - c) Wöchentlicher Energieverbrauch (kWh) eines(r) hessischen Studenten(in).

2. An der Hochschule Fulda wurden 50 Studierende nach ihren Fehltagen im aktuellen Wintersemester 2011/12 gefragt und gaben folgende Werte an:

1 3 2 2 9 2 0 1 3 8 4 1 0 0 4 2 6 4 2 8 3 1 2 8 4
 8 1 4 3 9 7 8 6 0 5 2 2 4 5 7 2 3 9 7 4 6 8 1 3 6

 - a) Berechnen Sie die relativen und absoluten Häufigkeiten.
 - b) Bestimmen Sie die durchschnittlichen Fehltag je Student(in) und den Modalwert.
 - c) Wie groß ist die Standardabweichung?
 - d) Geben Sie das 20%-Quantil, den Median und das 75%-Quantil an.

3. Es wurden 10 vergleichbare Filialen bzgl. der Kosten für Verkaufsförderungsmaßnahmen auf den Umsatz (jeweils in Tsd. €) untersucht:

Filiale	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Umsatz	480	632	702	630	645	545	606	630	530	700
Kosten	10	18	30	22	26	14	24	21	15	20

- a) Berechnen Sie die Regressionsgerade „Umsatz in Abhängigkeit der Kosten“.
 - b) Bestimmen Sie die Kovarianz (Pearson) und den Bestimmtheitskoeffizienten.
-
4. Ein Kapital K_0 wurde am 31.05.2008 auf ein Konto eingezahlt und mit einem Zinssatz von 5% verzinst. Am 11.01.2012 betrug der Kontostand 50.110,00 €.
 - a) Welches Startkapital wurde mittels Variante „gestern“ unter Verwendung der Englischen Methode angelegt?
 - b) Es werden durch einen Dauerauftrag am 01.03.2012 und 01.09.2012 zusätzlich 5.545,47 € eingezahlt werden. Wie hoch ist der Kontostand am 01.01.2013?
 - c) Wie lange muss eine vorschüssige Rentenzahlung von 6.435,00 € bei einem Zinssatz von 7,5% erfolgen, um auf den gleichen Endbetrag zu kommen?

 5. Nach einer Laufzeit von 20 Jahren bei geometrisch degressiver Abschreibung und einem Prozentsatz von 17,5% hat eine Maschine einen Restwert von 4.266,87 €.
 - a) Berechnen Sie die Anschaffungskosten der Maschine.
 - b) Erstellen Sie den Abschreibungsplan für die ersten 5 Jahre.
 - c) Nach welcher Zeit ist der Restwert weniger als 10% des Anschaffungspreises?

 6. Ein Kredit wird nach 5 Jahren und halbjährlicher Zahlung getilgt (Zinssatz= 15%). Die unterjährige, nachschüssige Zahlung beträgt 3.594,16 €.
 - a) Wie groß ist die jährliche Annuität?
 - b) Bestimmen Sie die Gesamtgröße des Kredits (in Euro).
 - c) Erstellen Sie den Tilgungsplan für die ersten 3 Jahre.



**es gibt es nicht nur
ten und Ostern!!!!**



Musterlösung Klausur Finanzmathematik und Statistik 2011/ 12

- 1) a) Masse: Werbeblätter in einer Zeitung IK-räumlich: Fuldaer Zeitung
 Einheit: Anzahl der Werbeblätter IK-sachlich: Anzahl Werbeblätter
 Skala: Absolutskala (Null Stück) IK-zeitlich: Samstag
 Bestandsmasse, da sie nur zu einem bestimmten Datum existiert.
- b) Masse: Alle Flughafenkürzel IK-räumlich: Europa
 Einheit: Ein Flughafenkürzel IK-sachlich: Flughafenkürzel
 Skala: Nominalskala (eindeutig) IK-zeitlich: 2012
 Bestandsmasse, da das Kürzel unverändert und eindeutig ist.
- c) Masse: Haushalt eines(r) Studenten(in) IK-räumlich: Hessen
 Einheit: Energieverbrauch (kWh) IK-sachlich: Energieverbrauch
 Skala: Absolutskala (linear mit Nullpunkt)) IK-zeitlich: pro Woche
 Bewegungsmasse, da sie den monatlichen Gesamtverbrauch beeinflussen.

2) a)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h(x)	4	6	9	6	7	2	4	3	6	3
f(x)	0,08	0,12	0,18	0,12	0,14	0,04	0,08	0,06	0,12	0,06

b) Liste sortiert:

0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,4,4,5,5,6,6,6,6,7,7,7,8,8,8,8,8,8,9,9,9

Mittelwert: $\mu = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i \cdot h(x_i)$

$$\mu = \frac{1}{50} \cdot (4 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 6 \cdot 8 + 3 \cdot 9) = \frac{200}{50} = 4$$

Modalwert: Modus = $\overline{X_D} = \max(h(x_i)) = 2$

c) Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum (x_i - \mu)^2 \cdot h(x_i)} = \sqrt{\frac{1}{50} \cdot 376} = 2,74$

d) 20%-Quantil: $\overline{X_{0,2}} \rightarrow 50 \cdot 0,2 = 10 : \overline{X_{0,2}} = x_{10} = 1$

Median: $\overline{X_Z} = \frac{1}{2} (x_{[\frac{n}{2}]} + x_{[\frac{n}{2}+1]}) = \frac{1}{2} (3 + 4) = 3,5$

75%-Quantil: $\overline{X_{0,75}} \rightarrow 50 \cdot 0,75 = 37,5 \rightarrow k = 38 : \overline{X_{0,75}} = x_{38} = 6$

3) Arbeitstabelle:

x	10	18	30	22	26	14	24	21	15	20	200
y	480	632	702	630	645	545	606	630	530	700	6100
x²	100	324	900	484	676	196	576	441	225	400	4322
y²	230400	399424	492804	396900	416025	297025	367236	396900	280900	490000	3767614
x*y	4800	11376	21060	13860	16770	7630	14544	13230	7950	14000	125220
x-μ(x)	-10,00	-2,00	10,00	2,00	6,00	-6,00	4,00	1,00	-5,00	0,00	
y-μ(y)	-130,00	22,00	92,00	20,00	35,00	-65,00	-4,00	20,00	-80,00	90,00	
Produkt	1300,00	-44,00	920,00	40,00	210,00	390,00	-16,00	20,00	400,00	0,00	3220

$$a) \quad a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$a = \frac{10 \cdot 125220 - 200 \cdot 6100}{10 \cdot 4322 - 200^2} = 10; \quad b = \frac{4322 \cdot 6100 - 200 \cdot 125220}{10 \cdot 4322 - 200^2} = 410$$

Regressionsgerade: $y = 10 \cdot x - 410$

$$b) \quad COV(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x) \cdot (y_i - \mu_y) = \frac{1}{10} \cdot 3220 = 322$$

$$r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{322}{\sqrt{\left(\frac{1}{10} \cdot 4322 - 20^2\right)} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{10} \cdot 3767614 - 610^2\right)}} = 0,83$$

Korrelationskoeffizient: $r = 0,83$ Bestimmtheitsmaß: $B = \sqrt{0,83} = 0,91$

4) a) Sparbuchmethode: $K_{x,t_0} = K_0 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t_1}{365}\right) \cdot (1 + i)^n \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t_2}{365}\right)$

Gegeben: $K_n = 50.110$ $i = 5\% = 0,05$
 $t_1 = 214 \text{ Tage}$ $n = 3 \text{ Jahre}$ $t_2 = 10 \text{ Tage}$

Endkapital: $50.110 = K_0 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{215}{365}\right) \cdot (1 + 0,05)^3 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{10}{365}\right)$
 $K_0 = 50.110 \div 1,193 = 41.990,97$

b) Kontostand 2013: $K_1 = 50.110 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{50}{365}\right) + 5.545,47 = 55.998,69$
 $K_2 = 55.998,69 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{184}{365}\right) + 5.545,47 = 62.955,63$
 $K_3 = 62.955,63 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{122}{365}\right) = 64.007,77$

c) Rentenrechnung: $R_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad p = 7,5\% = 0,075 \quad r = 6.435$

$$n = \frac{\log\left[\frac{R_n}{r \cdot q} \cdot (q - 1) + 1\right]}{\log(q)} = \frac{\log\left[\frac{50.110}{6.435 \cdot 1,075} \cdot 0,075 + 1\right]}{\log(1,075)} = \frac{\log(1,54)}{\log(1,075)} \cong 6 \text{ Jahre}$$

5) a) Abschreibungssatz: $K_n = K_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n \Leftrightarrow K_0 = \frac{4.266,87}{0,825^{20}} = 200.000,20 \text{ €}$

b) Abschreibungsplan:

Jahr	Kapital	Abschreibung	Prozent	Prozent(relativ)
0	200.000,20			
1	165.000,17	35.000,04	17,50%	17,50%
2	136.125,14	28.875,03	17,50%	14,44%
3	112.303,24	23.821,90	17,50%	11,91%
4	92.650,17	19.653,07	17,50%	9,83%
5	76.436,39	16.213,78	17,50%	8,11%

c) Restwert: $K_n = K_0 \cdot (1 - p)^n$

$$n = \frac{\log\left[\frac{K_n}{K_0}\right]}{\log(1-p)} = \frac{\log\left[\frac{20.000}{200.000,20}\right]}{\log(0,825)} \cong 12 \text{ Jahre}$$

6) a) Jahres-Annuität: $a = \frac{A}{m + \frac{i \cdot (m-1)}{2}} \Leftrightarrow A = 3.594,16 \cdot \left(2 + 0,15 \cdot \frac{1}{2}\right) = 7.457,88 \text{ €}$

b) Gesamtkredit: $A = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1} \Leftrightarrow S = 7.457,88 \cdot \frac{1,15^5(1,15-1)}{1,15^5 - 1} \approx 25.000 \text{ €}$

c) konformer Jahreszins: $Z_k = i \cdot RS_k - a \cdot \frac{i \cdot (m-1)}{2} = 0,15 \cdot RS_k - 3.594,16 \cdot \frac{0,15 \cdot}{2}$

$$Z_k = 0,08 \cdot RS_k - 269,56$$

Tilgungsplan (2 Jahre):

k	m	RS	Z	T	A
1	1	25.000,00		3.594,16	3.594,16
	2	21.405,84	3.480,44	113,72	3.594,16
2	3	21.292,12		3.594,16	3.594,16
	4	17.697,96	2.924,26	669,90	3.594,16
3	5	17.028,05		3.594,16	3.594,16
	6	13.433,89	2.284,65	1.309,51	3.594,16