VORKURS

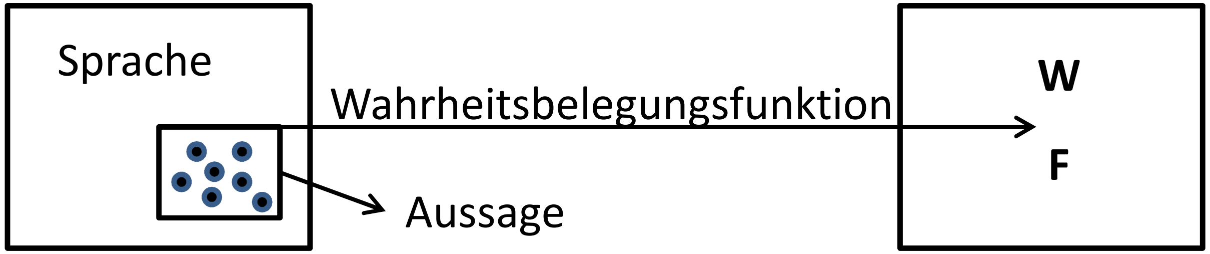
24.03.2015

WIEDERHOLUNG

Diese Fragen sollten Sie auch ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was sind disjunkte Mengen?
- ✓ Wie baut sich eine Potenzmenge auf?
- ✓ Wie funktioniert das Kreuzprodukt von Mengen?
- ✓ Welches Gesetz gibt es nicht beim Kreuzprodukt?
- ✓ Wie entsteht der Euklidische Vektorraum?
- ✓ Was versteht man unter der imaginären Achse?
- ✓ Was hat die Modulo-Operation mit den komplexen Zahlen zu tun?
- ✓ Wie kann man mit komplexen Zahlen rechnen?

AUSSAGENLOGIK



<u>Aussage:</u>
Eine Aussage ist ein Satz der eindeutig als wahr **oder** falsch klassifiziert werden kann.
<u>Aussageform:</u>
Eine Aussageform A(x) ist ein Satz der mindestens von einem flexiblen Zustand bzw. einer Variablen abhängig ist und dadurch zu einer Aussage wird.
<u>Wahrheitsbelegungsfunktion:</u>
Es handelt sich um eine einstellige Funktion, die einer beliebigen Aussage den Wert „wahr“ oder „falsch“ zuordnet.

<u>Beispiel</u>:
Wahre Aussage: $40+2=42$
Falsche Aussage: $\sqrt{-42} \in \Re$
Aussageform: $x+42=0$

LOGISCHE OPERATOREN

PRIORITÄT

Negation: $\neg$

$$\neg(W) = F$$
$$\neg(F) = W$$

einstellig

=

Konjunktion: $\wedge$

$\wedge$	W	F
W	W	F
F	F	F

Disjunktion: $\vee$

$\vee$	W	F
W	W	W
F	W	F

Subjunktion: $\rightarrow$

$\rightarrow$	W	F
W	W	F
F	W	W

Bijunktion: $\leftrightarrow$

$\leftrightarrow$	W	F
W	W	F
F	F	W

zweistellig

WAHRHEITSTABELLEN

In einer Wahrheitstabelle werden alle möglichen Szenarien einer Schaltung abgebildet und durchgespielt.

Die positiven Ergebnisse werden als Erfüllungsmenge der Aussage *E[A]* bezeichnet.

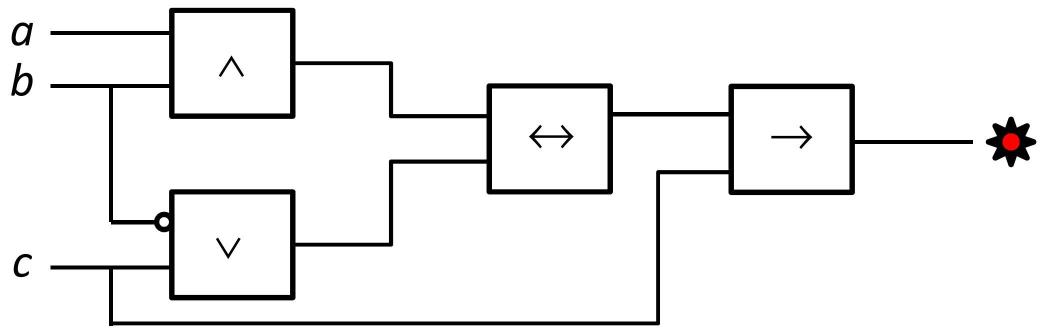
Mit *n* Eingängen können 2^n verschiedene Eingabemuster erzeugt werden, wobei in den jeweiligen Zeilen stets $2^{n-Zeilennummer}$ mal wechselnd WAHR bzw. FALSCH steht. Die folgenden Zeilen werden analog oder durch Halbierung der Muster gebildet.

<u>Beispiel:</u> *3 Eingabevariablen = 8 verschiedene Eingabemuster*

a	**W**	**W**	**W**	**W**	**F**	**F**	**F**	**F**
b	**W**	**W**	**F**	**F**	**W**	**W**	**F**	**F**
c	**W**	**F**	**W**	**F**	**W**	**F**	**W**	**F**
...								
...								
E[A]								

BEISPIEL EINER SCHALTUNG

Schaltung:



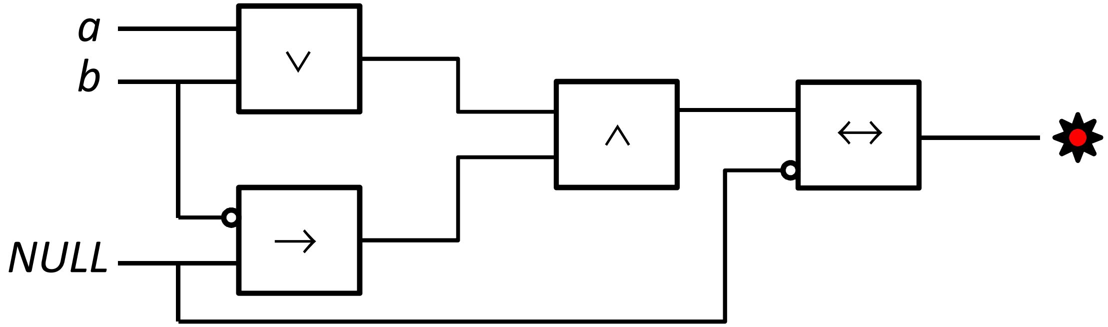
Wahrheitstabelle: $[(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg b \vee c)] \rightarrow c$ $E[A] = Bool^3 \setminus \{(FWF)\}$

a	**W**	**W**	**W**	**W**	**F**	**F**	**F**	**F**
b	**W**	**W**	**F**	**F**	**W**	**W**	**F**	**F**
c	**W**	**F**	**W**	**F**	**W**	**F**	**W**	**F**
$a \wedge b$	W	W	F	F	F	F	F	F
$\neg b$	F	F	W	W	F	F	W	W
$\neg b \vee c$	W	F	W	W	W	F	W	W
$(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg b \vee c)$	W	F	F	F	F	W	F	F
$[(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg b \vee c)] \rightarrow c$	**W**	**W**	**W**	**W**	**W**	**F**	**W**	**W**

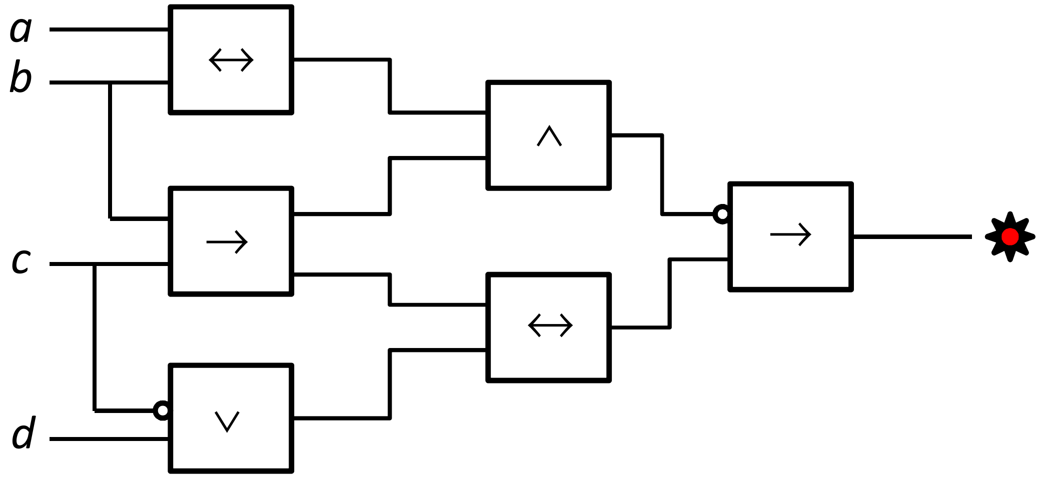
AUFGABEN

Geben Sie zu den folgenden Schaltungen die Erfüllungsmenge an.

1)



2)



FORMELKLASSEN

Je nach Art der Erfüllungsmenge kann der Ausdruck/ die Schaltung klassifiziert werden.

Tautologie (allgemeingültig):
Die Erfüllungsmenge der Aussage ist $Bool^n$ *, d.h. die Lampe brennt immer.*

Beispiel: $A(p,q) = p \wedge q \rightarrow p \Rightarrow E[A] = Bool^2$

Kontingenz (erfüllbar):
Die Anzahl der Erfüllungsmuster liegt in $[1;(n-1)]$*, d.h. die Lampe brennt manchmal.*

Beispiel: $A(a,b,c) = a \wedge (b \rightarrow \neg a \vee c) \leftrightarrow b \Rightarrow E[A] = \{(WWW);(FFW);(FFF)\}$

Kontradiktion (ungültig):
Die Erfüllungsmenge der Aussage ist $\{\ \}$ *, d.h. die Lampe brennt nie.*

Beispiel: $A(x,y) = (x \wedge \neg x) \wedge (y \vee \neg y \rightarrow x \leftrightarrow y) \Rightarrow E[A] = \{\ \}$

IMPLIKATION / ÄQUIVALENZ

Implikation (Folgerung):
Soll ein Ausdruck 2 die Folgerung aus einem Ausdruck 1 sein $(A_1 \rightarrow A_2)$,wird mittels Wahrheitstabelle die Subjunktion geprüft.
Stellt diese **Subjunktion** eine **Tautologie** dar, so handelt es sich um eine **Implikation**.

$$A = (A_1 \rightarrow A_2) : E[A] = Bool^n \quad \text{also} \quad A_1 \Rightarrow A_2$$

Äquivalenz (Gleichheit):
Soll ein Ausdruck 1 gleichwertig mit einem Ausdruck 2 sein $(A_1 \leftrightarrow A_2)$,wird mittels Wahrheitstabelle die Bijunktion geprüft.
Stellt diese **Bijunktion** eine **Tautologie** dar, so handelt es sich um eine **Äquivalenz**.

$$A = (A_1 \leftrightarrow A_2) : E[A] = Bool^n \quad \text{also} \quad A_1 \Leftrightarrow A_2$$

AUFGABEN

Bestimmen Sie die Erfüllungsmenge der folgenden Aussagenverbindung.
Geben Sie anschließend an, um welche Formelklasse es sich handelt (Begründung).

1) $A(p,q,r) := p \to (q \vee r) \leftrightarrow \neg(q \vee r) \to \neg p$

2) $A(p,q,r) := \neg(p \to (q \vee r)) \vee (q \wedge r)$

3) $A(x,y,z) := (x \wedge y) \vee (\neg x \vee \neg y) \to z \leftrightarrow x \vee y \to z$

Prüfen Sie mittels Wahrheitstabelle, ob die Aussage $T_1(x,y,z) = x \wedge y \to z$ eine Folgerung aus $T_2(x,y,z) = x \wedge (y \to z)$ darstellt und begründen Sie Ihr Ergebnis.

Prüfen Sie mittels Wahrheitstabelle, ob die beiden Aussagen $A_1(a,b,c) := a \wedge b \to c$ und $A_2(a,b,c) := a \wedge (b \to c)$ identisch sind.

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?