

Vorkursklausur 2020

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punkte	8	8	6	8	8	12	8	8	8	12	8	6

Als Hilfsmittel sind die von dem Lehrbeauftragten zur Verfügung gestellten sowie eigenen Unterlagen zugelassen (Skripte und Musteraufgaben sowie deren Lösungen).

Die Verwendung von Büchern und elektronischen Hilfsmitteln ist nicht erlaubt.

1. Mengenlehre:

Gegeben ist die Menge $A = \{1; 3; 4; 6; 7; 9; 10; 11; 12; 13; 16\}$ und die Menge B der natürlichen Zahlen zwischen 1 und 18, die durch 2 oder durch 5 teilbar sind.

Bestimmen Sie die Lösungen (2-mal Aufzählung und 2-mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$

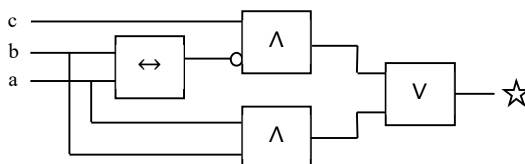
b) $A \cup B$

c) $A \setminus B$

d) $B \setminus A$

2. Aussagenlogik:

Ist die Formel $T(a, b, c) = ((b \wedge c) \vee (b \wedge a)) \vee (a \wedge c)$ identisch zu der gegebenen Schaltung (Begründung)? Handelt es sich im Nein-Fall um eine Folgerung?



3. Bruchrechnung:

a) $2 + \frac{1}{x} - \frac{2}{3} - \frac{1}{4x} - \left(\frac{7}{12} + \frac{3}{4}\right)$

b) $\frac{\frac{3a-2+\frac{b}{3a}}{\frac{b}{18a} - \frac{2b}{a}}}{\frac{b}{a}}$

4. Arithmetik:

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich:

a) $\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 \cdot (xy^2 + 0,5x)^4 - 8y^2 \cdot (1 + 3y^2 + 4y^4)$

b) $-6 \cdot (-3x - 2 \cdot (y - (4x + y - 3 \cdot (2x - y))) + z - x) - 2 \cdot (3y + z)$

5. Komplexe Zahlen:

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden komplexen Gleichungen und geben Sie das Ergebnis in der kartesischen Form $z = a + bi$ an. Bestimmen Sie bei Aufgabe b) zusätzlich noch den Betrag und das Argument.

a) $z = 2 \cdot \frac{5i}{3i - 4} - \frac{6i - 4}{2 - i} + \frac{1}{5}i$

b) $z^3 + (6 - 2i) \cdot z^2 - 2i \cdot z \cdot (3 - 4i) = 0$

6. Exponential-/Logarithmusrechnung:

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke weitestgehend (Aufgabe a - auseinanderziehen):

a) $\frac{9 \cdot (0,5 \cdot x^2 y^{-2} z)^4}{54 \cdot (4 \cdot x^{-2} y^3 z^{-2})^{-3}} \cdot \frac{36 \cdot (2 \cdot x^2 y^5 z^{-4})^2}{16 \cdot (3 \cdot x^4 y^3 z^{-4})^3}$

b) $4^{ld3} - \left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{4 \cdot \ln 0,25} + 4 \cdot \log \sqrt{1000} - \frac{1}{2} \cdot ld64 - 0,01^{\log 0,5} + 12 \ln \sqrt[3]{e^2}$

c) $\frac{2^n \sqrt{a^{3n+7}}}{\sqrt[n]{a^{5-2n}}} \cdot (4^n \sqrt{a^2})^{5n-2}$

d) $3 \log x - 2 \log \frac{2}{x^2} - 3 \log 4 + 4 \log \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cdot (\log x^4 - \frac{1}{2} \log 256) - \frac{1}{3} \log \frac{1}{8}$

7. Parabelfunktion:

Berechnen Sie den Scheitelpunkt, die Schnittpunkte mit beiden Achsen und beschreiben den Verlauf der Parabeln.

a) $f(x) = -0,5 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 16$

b) $f(x) = 3 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 81$

8. Gleichungen mit einer Unbekannten:

Lösen Sie folgende Gleichungen und geben Sie – sofern erforderlich – den Definitionsbereich an.

a) $\frac{36x-108}{x-3} = x^3 + 3x^2 - 16x - 12$

b) $x^3 + 5x = 6 \cdot (x^2 - 2)$

9. Ungleichungen:

Berechnen Sie den Lösungsbereich der folgenden Ungleichungen.

a) $|9 - 3x| > 2 \cdot (x + 2)$

b) $4 \cdot \frac{5-x^2}{6-2x} \geq 2x + 5$

10. Lineare Gleichungssysteme:

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme.

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2y + 4 = x \end{cases}$

graphisch

b) $\begin{cases} -x + 2y - z = -5 \\ x - 3y + 2z = 8 \\ 2x - y + 5z = 13 \end{cases}$

Gauß-Verfahren

c) $\begin{cases} \frac{2}{5}x - 4y = -4 \\ 6x - 24y = 12 \end{cases}$

beliebig

11. Vektoren:

Bestimmen Sie die Geradengleichungen durch die gegebenen Punkte und bestimmen anschließend die Lage der beiden Geraden zueinander.

$\vec{a} = (-1; 4; -7)^T, \vec{b} = (2; -5; 8)^T$

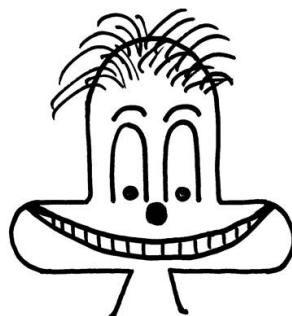
$\vec{c} = (1; -1; 1)^T, \vec{d} = (3; -5; 7)^T$

12. Trigonometrie:

Gegeben sei die Funktion mit $f(x) = 3 \cdot \sin(0,25x - 9,5\pi) - 5$.

Bestimmen und beweisen Sie die Periode, Symmetrie und Amplituden (Wertebereich) von $f(x)$.

Mathe ist nicht nur begreifbar,



sondern macht sogar Spaß!