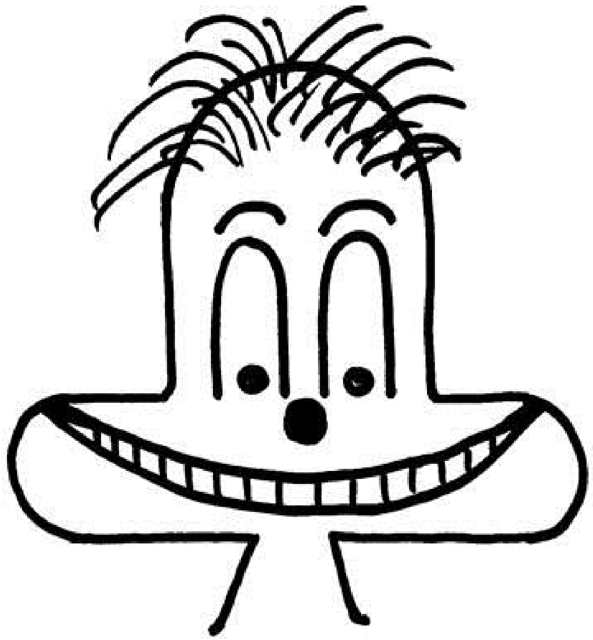
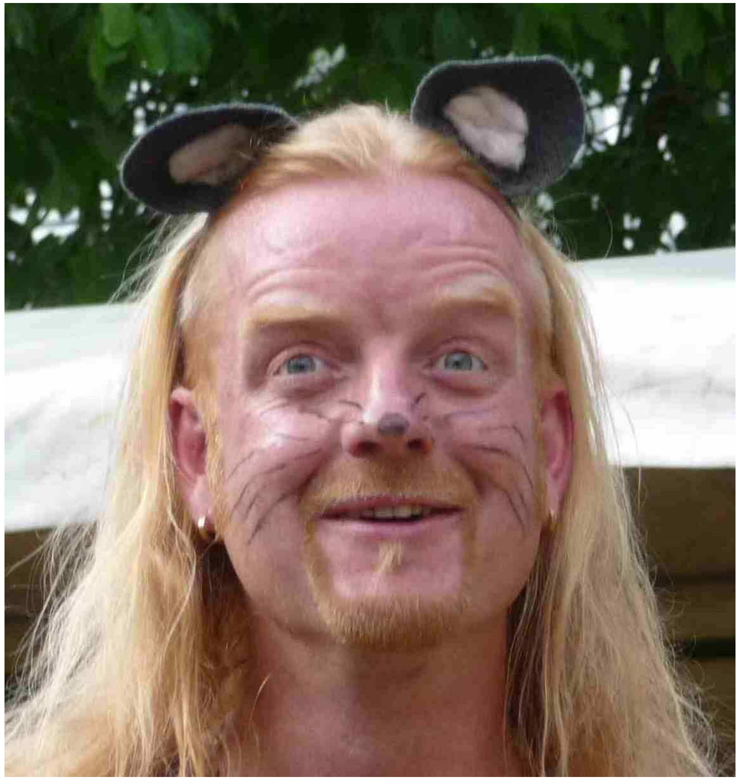
Mathe ist nicht nur begreifbar,



sondern macht sogar Spaß!

Mathematik Pre-Study 2019

Torsten Schreiber

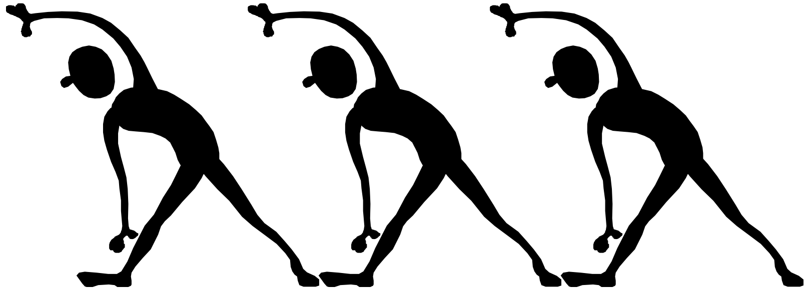


www.mathematik-guru.de

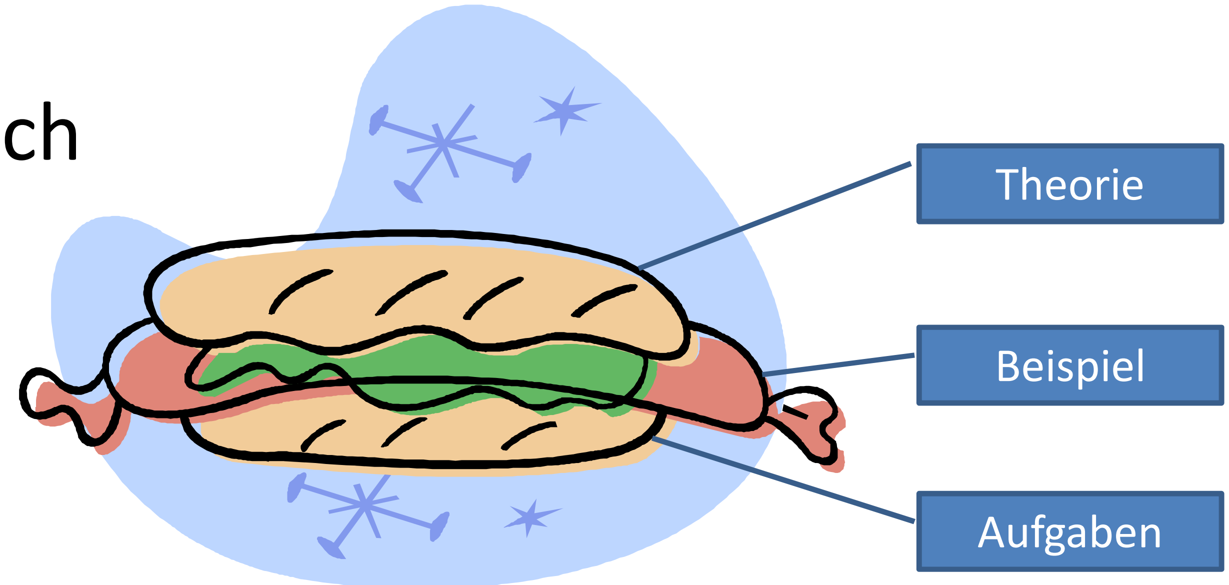
schreiber@mathematik-guru.de

Methodik meiner Veranstaltung

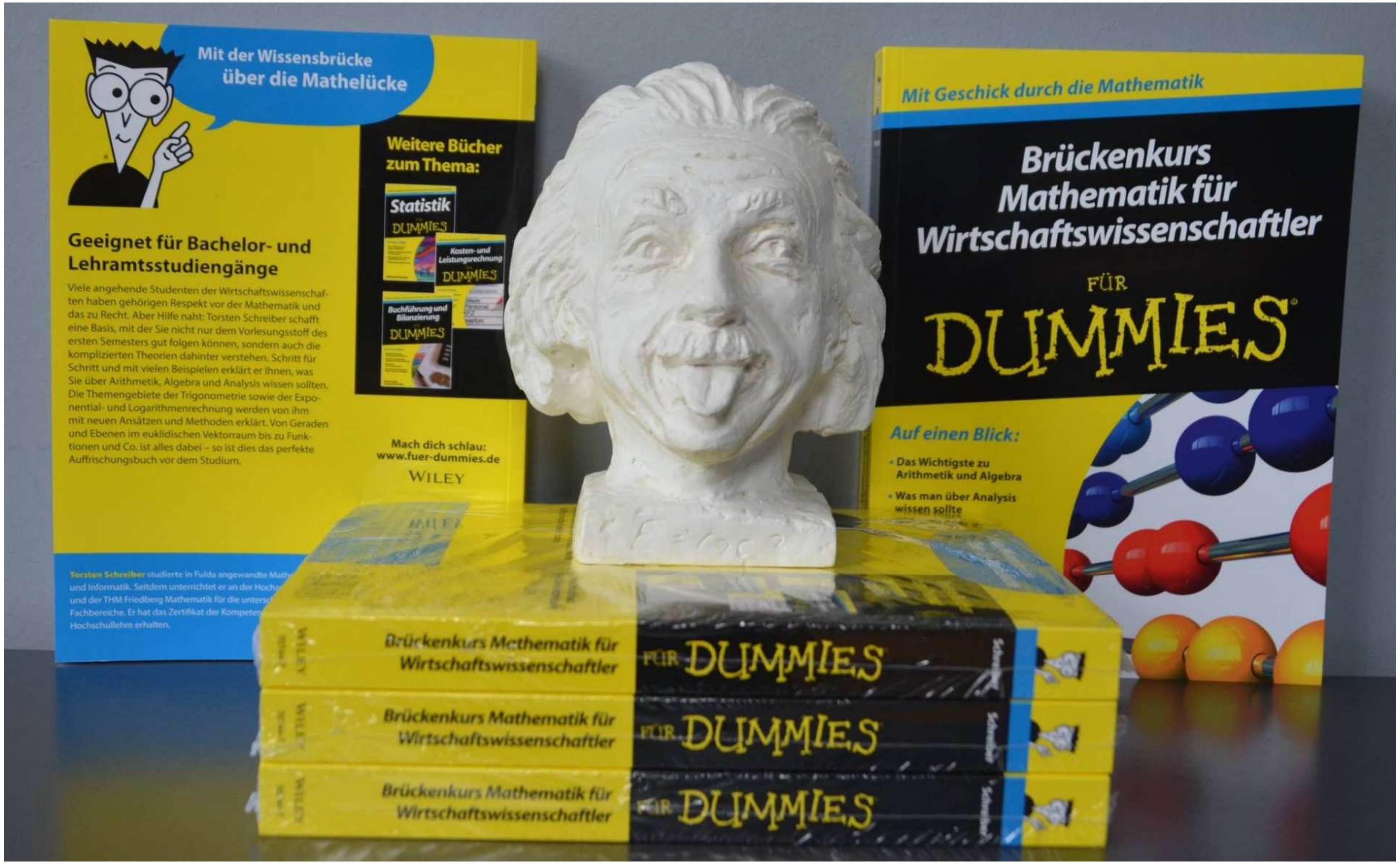
- WarmUp



- n-Sandwich



Mein Buch



ISBN: 978-3527707447

Themengebiete des Kurses

1. **Arithmetik**
   Polynomdivision, Binomische Formeln und das Pascal‘sche Dreieck, Bruchrechnung

2. **Exponential-/ Potenzrechnung**
   ganz- und gebrochen rationale Exponenten, Definitions- und Wertebereiche

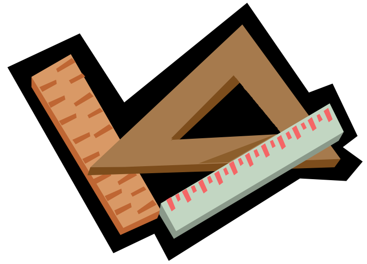
3. **Logarithmenrechnungen**
   Arten des Logarithmus, Gesetze und Graphen , Definitions- und Wertebereiche

4. **Gleichungen/ Ungleichungen mit einer Unbekannten**
   Rechnungsmethode FREPL und Grafik, Betragsfunktion und Bruchungleichungen

5. **Gleichungen/ Ungleichungen mit 2 Unbekannten**
   Additions-, Einsetzungs- und Gleichsetzungsverfahren, grafische Lösung

6. **Trigonometrie**
   Additionstheoreme, Amplituden und Frequenz (Periode), Funktionsgraphen und Einheitskreis

Das Training



Theorie der schönen Zahlen

Taschenrechner brauchen wir nicht!

Bücher gehören in die Bibliothek – außer das von mir

Alles was ich geschrieben habe, darf ich auch nutzen.

Vorkursklausur 2013

Name:____________________________
Mat.-Nr.:__________________________
Email:____________________________

1. Mengenlehre (12 Punkte):

Gegeben sind die Menge $A = \{1; 3; 4; 6; 7; 9; 10; 11; 12; 13; 16\}$ und die Menge B der natürlichen Zahlen (größer 1 und kleiner 18), die durch 2 oder durch 5 teilbar sind.
Bestimmen Sie die Lösungen (2-mal Aufzählung und 2-mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$

2. Aussagenlogik (8 Punkte):

Gegeben sind die beiden Ausdrücke $A_1(x,y,z) = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge z) \vee (y \wedge z)$ und $A_2(x,y,z) = (\bar{x} \wedge z) \vee (x \wedge y)$
Ist die Subjunktion von A_2 auf A_1 allgemeingültig?
Erstellen Sie hierzu eine Wahrheitstabelle und begründen Sie Ihre Antwort.

3. Bruchrechnung (8 Punkte):

a) $2+\frac{1}{x}-\frac{2}{3}-\frac{1}{4x}-\left(\frac{7}{12}+\frac{3}{4}\right)$ b) $\dfrac{\frac{3a}{b}-2+\frac{b}{3a}}{\frac{18a}{b}-\frac{2b}{a}}$

4. Arithmetik (8 Punkte):

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich:

a) $\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 \cdot \left(xy^2+0{,}5x\right)^4 - 8y^2 \cdot \left(1+3y^2+4y^4\right)$

b) $-6 \cdot (-3x - 2 \cdot (y - (4x + y - 3 \cdot (2x - y)) + z - x) - 2 \cdot (3y + z))$

5. Exponential-/Logarithmusrechnung (20 Punkte):

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke weitestgehend (Aufgabe a - auseinanderziehen):

a) $\dfrac{9 \cdot \left(0{,}5 \cdot x^2 y^{-2} z\right)^4}{54 \cdot \left(4 \cdot x^{-2} y^3 z^{-2}\right)^{-3}} : \dfrac{36 \cdot \left(2 \cdot x^2 y^5 z^{-4}\right)^2}{16 \cdot \left(3 \cdot x^4 y^3 z^{-4}\right)^3}$

b) $4^{ld3} - \left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{4\ln 0{,}25} + 4 \cdot \log\sqrt{1000} - \frac{1}{2} \cdot ld64 - 0{,}01^{\log 0{,}5} + 12\ln\sqrt[3]{e^2}$

c) $\dfrac{\sqrt[2n]{a^{3n+7}}}{\sqrt{\sqrt[n]{a^{5-2n}}}} \cdot \left(\sqrt[4n]{a^2}\right)^{5n-2}$

d) $3\log x - 2\log\frac{2}{x} - 3\log 4 + 4\log\sqrt{x} = \frac{1}{2} \cdot \left(\log x^4 - \frac{1}{2}\log 256\right) - \frac{1}{3}\log\frac{1}{8}$

6. Parabelfunktion (8 Punkte):

Berechnen Sie den Scheitelpunkt, die Schnittpunkte mit beiden Achsen und beschreiben den Verlauf der Parabeln.

a) $f(x) = -0{,}5 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 16$

b) $f(x) = 3 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 81$

7. Gleichungen mit einer Unbekannten (8 Punkte):

Lösen Sie folgende Gleichungen und geben Sie – sofern erforderlich – den Definitionsbereich an.

a) $\frac{36x - 108}{x - 3} = x^3 + 3x^2 - 16x - 12$

b) $x^3 + 5x = 6 \cdot (x^2 - 2)$

8. Lineare Gleichungssysteme (12 Punkte):

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme.

a) $\left| \begin{matrix} 2x + y = 3 \\ 2y + 4 = x \end{matrix} \right|$

graphisch

b) $\left| \begin{matrix} -x + 2y - z = -5 \\ x - 3y + 2z = 8 \\ 2x - y + 5z = 13 \end{matrix} \right|$

Gauß-Verfahren

c) $\left| \begin{matrix} \frac{2}{5}x - 4y = -4 \\ 6x - 24y = 12 \end{matrix} \right|$

beliebig

9. Vektoren (8 Punkte):

Bestimmen Sie die Geradengleichungen durch die gegebenen Punkte und bestimmen anschließend die Lage der beiden Geraden zueinander.

$\vec{a} = (-1;4;-7)^T, \vec{b} = (2;-5;8)^T$

$\vec{c} = (1;-1;1)^T, \vec{d} = (3;-5;7)^T$

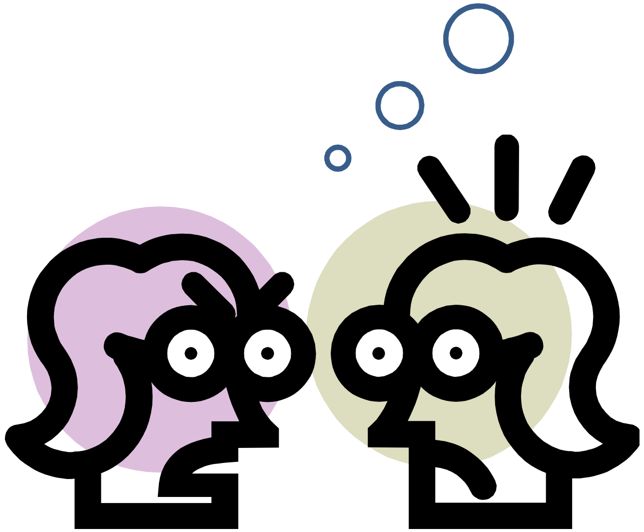
10. Trigonometrie (8 Punkte):

Gegeben sei die Funktion mit $f(x) = 3 \cdot \sin(0{,}25x - 9{,}5\pi) - 5$.

Bestimmen und beweisen Sie die Periode, Symmetrie und Amplituden(Wertebereich) von $f(x)$.

ARITHMETIK

Die Klammer sprach: „Zuerst komm ich,
Gefolgt vom Punkt und dann der Strich“



GESETZE

Kommutativgesetz:	$a+b=b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Assoziativgesetz:	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributivgesetz:	$a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$	
Neutralität:	$a+0=a$	$a \cdot 1 = a$
Invers:	$a+(-a)=0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$
Übergewicht:	$a \cdot 0 = 0$	

ZAHLENMENGEN

$N \rightarrow$	Natürliche Zahlen	$\{1;2;3...\}$
$Z \rightarrow$	Ganze Zahlen	$\{...-2;-1;0;1;2...\}$
$Q \rightarrow$	Rationale Zahlen	$\frac{a}{b}; a \in Z \wedge b \in Z \setminus \{0\}$ *Endliche Nachkommastellen, Periode*
$R \rightarrow$	Reelle Zahlen	$\{\pi; e; \sqrt{2}; ...\}$ *Unendliche Nachkommastellen*
$C \rightarrow$	Komplexe Zahlen	$z = a + b \cdot i \wedge i = \sqrt{-1}$

MENGENDEFINITION

{ Objekt}

{ Menge } **{ Element }** **{ }**

Reihenfolge spielt keine Rolle

Unterscheidbarkeit der Objekte (redundanzfrei)

OBJEKTFORMEN

Objekt	**Beschreibung**
$\{a, b\}$	
$(5; 8)$	
$-7{,}6$	
$\{\{8; 15; 21\}\}$	
$(4/-2{,}3/1{,}4)$	
$\{(-2; 4]\}$	
$3; 15$	
$[7; 7[$	
$\{-3{,}2; 3; \{32\}\}$	
$\{(5{,}6{,}7); (8{,}2{,}1)\}$	

OBJEKTFORMEN - LÖSUNG

Objekt	**Beschreibung**
$\{a, b\}$	Menge mit einem Objekt
$(5; 8)$	Tupel mit zwei Werten
$-7{,}6$	Element
$\{\{8; 15; 21\}\}$	Menge einer Menge mit 3 Objekten
$(4/-2{,}3/1{,}4)$	3-dimensionales Tupel
$\{(-2; 4]\}$	Menge eines habloffenen Intervalls
$3; 15$	2 Elemente
$[7; 7[$	Halboffenes Intervall bzw. leere Menge
$\{-3{,}2; 3; \{32\}\}$	Menge mit zwei Elementen und einer Menge
$\{(5{,}6{,}7); (8{,}2{,}1)\}$	Menge aus zwei 3-dimnensionalen Tupeln

DARSTELLUNGSFORMEN

Bei der Definition einer Menge mittels deren **Eigenschaften**, muss im ersten Teil stets der Bereich gewählt werden, der als **Basis (Welt)** verwendet werden soll. Dieser ist so **klein als möglich** zu definieren.
Anschließend erfolgt die Beschreibung einer **Bedingung**, durch die die Zahlen der Lösungsmenge aus der Welt **herausgefiltert** werden können.

$$\underbrace{M}_{\text{Menge}} = \{\underbrace{x \in Grundmenge}_{\text{Welt}} \mid \underbrace{Formel(a) = Formel(b)}_{\text{Bedingung}}\}$$

<u>Menge</u>:	Großbuchstabe für die Lösungsmenge
<u>Welt</u>:	Variablendefinition aus der Grundmenge
<u>Bedingung</u>:	Mathematische Formel bzw. verbaler Ausdruck

MODULO

Die Modulo-Funktion entspricht einem Restwertoperator, d.h. bei einer ganzzahligen Division wird der Rest als Ergebnis dargestellt.

$$X \bmod Y = R$$

Zähler　　Nenner (Divisor)　　Restwert

<u>Beispiel</u>:

$5 \bmod 2 = 1$, denn $5 \div 2 = 2$ Rest 1

$23 \bmod 5 = 3$, denn $23 \div 5 = 4$ Rest 3

<u>Teilbarkeit</u>: Restwert muss 0 ergeben

$x \bmod 7 = 0$　　x ist teilbar durch 7

$x \bmod 2 <> 0$　　x ist nicht durch 2 teilbar (ungerade Zahl)

AUFGABEN

Lösen Sie die folgenden Übungen, in dem Sie je einmal die Mengen via Aufzählung und einmal mittels Eigenschaften definieren.

1) Beschreiben Sie alle durch drei teilbaren Zahlen.

2) Definieren Sie alle Zahlen, die durch vier oder durch 5 teilbar sind.

3) Geben Sie alle Zahlen an, die nicht durch drei teilbar sind.

4) Nennen Sie alle Zahlen zwischen 4 und 42, die weder durch 2 noch durch 3 teilbar sind.

5) Welche Zahlen größer als 42 sind durch 7 aber nicht durch 3 teilbar.

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?