Wachstums- / Zerfallsfunktion

$$A(x) = A_0 \cdot q^x$$

Wachstum: $1.000,- = A_0$

$p = 3\,\% \Rightarrow q = 1{,}03$

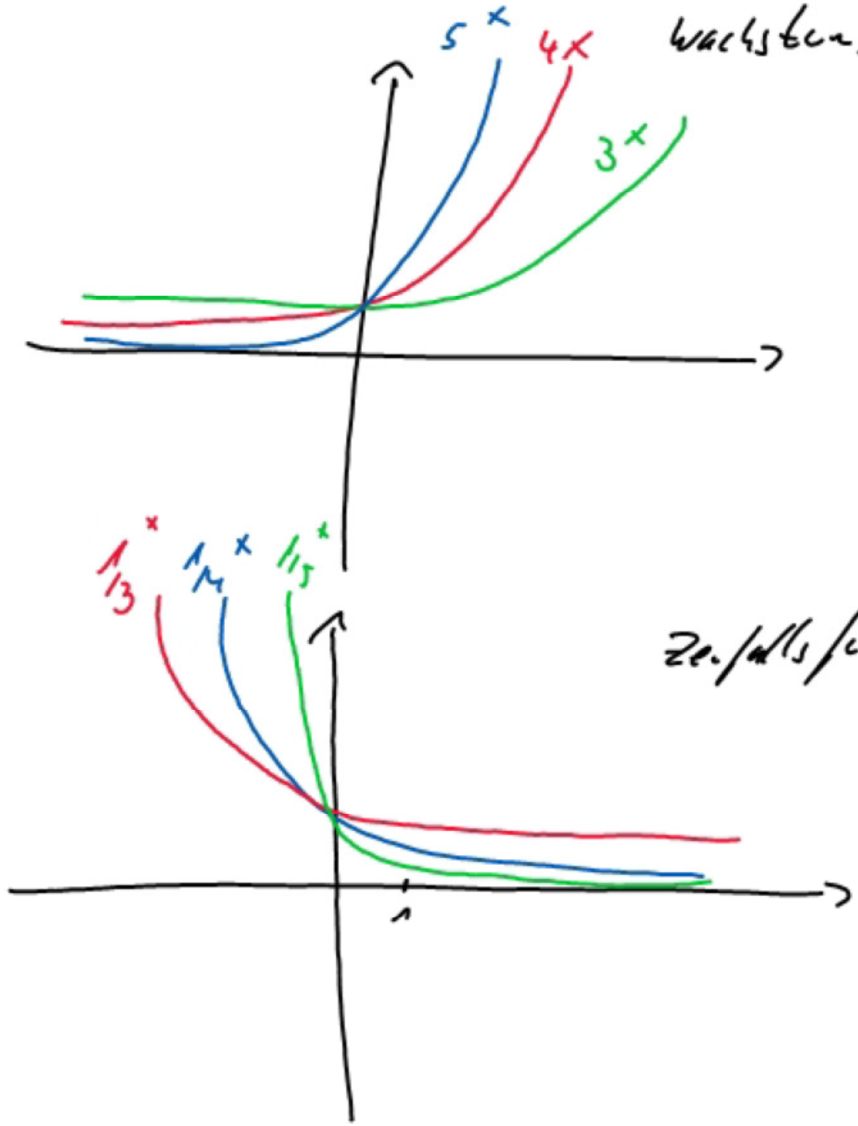
$x \mathrel{\hat{=}}$ Jahre $\left\{\begin{array}{ll} \text{jährliche Verzinsung} & : A(x) = 1.000,- \cdot 1{,}03^{x} \\ \text{vierteljährlich} & : A(x) = 1.000,- \cdot 1{,}03^{4 \cdot x} \end{array}\right.$

$x \mathrel{\hat{=}}$ Monate vierteljährlich : $A(x) = 1.000,- \cdot 1{,}03^{\frac{1}{3} x}$

Zerfall: Verlust 5 % im Quartal $A(x) = A_0 \cdot 0{,}95^{4 \cdot x}$

$x =$ Jahre

Halbwertszeit: 50 Jahre. $A(x) = A_0 \cdot 0{,}5^{1/50 \cdot x}$



Wachstumsfunktion $q > 1$

Zerfallsfunktion $q < 1$

1) $K_0 = 2.000,-$ $\quad p = 2\% \rightarrow q = 1{,}02$

vierteljährlich

a) $K_{10} = 2.000,- \cdot 1{,}02^{4 \cdot 10} = 4.416{,}08$

b) $1{,}02^{4 \cdot x} = (1{,}02^4)^x = 1{,}082^x \Rightarrow p = 8{,}2\%$

c) $K_n = 9.750{,}88 = 2.000 \cdot 1{,}02^{4x} \quad | : 2000$

$4{,}875 = 1{,}02^{4x} \quad | \log$

$4x = \log_{1{,}02} 4{,}875$

$4x = 80 \quad | : 4$

$x = 20$ Jahre

2) $A_0 = 1000\ l \;\cdot\; 1.000\ dm^3 = 1.000.000\ cm^3$

$p = -5\,\% \;\rightarrow\; q = 0{,}95$ wöchentlich

a) $A_n = 10^6 \cdot 0{,}95^{52x} = 69.442{,}84\ cm^3$

b) $0{,}95^{52x} < 0{,}5 \quad |\log$

$52x \log 0{,}95 < \log 0{,}5 \quad |: \log 0{,}95\ (<0)$

$52 \cdot x > \log 0{,}5 / \log 0{,}95 \quad |\cdot 52$

$x > 94{,}85 \;\Rightarrow\; x > 95$ Tage

3) $5\cdot\log(2x) + 4\cdot\log\sqrt{0{,}5x} - 0{,}5\cdot\log(16x^4) - 2\cdot\log(0{,}25)$

$\log(2x)^5 + \log\left(\sqrt{1/2x}\right)^4 - \log(16x^4)^{1/2} - \log(1/4)^2$

$\log \dfrac{2^5x^5 \cdot 1/2^2 \cdot x^2}{4x^2 \quad 1/16} = \log 2^5x^5 = 5\cdot\log(2x)$

4) $2\ln(3a^2) - 6\cdot\ln\sqrt[3]{2a^4} + 1/3\ln(27(a^2)^6) - 4\cdot\ln\left(\frac{2}{a}\right)$

$\ln(3a^2)^2 - \ln\left((2a^4)^{1/3}\right)^6 + \ln(27a^{12})^{1/3} - \ln\left(\frac{2}{a}\right)^4$

$\ln\dfrac{3^2a^4 \quad 3a^4}{2^2a^8 \quad 2^4/a^4} \quad \ln\dfrac{3^3a^4}{2^6} = \ln\dfrac{27}{64}\cdot a^4$

$$f(x) = e^{x} \rightarrow f'(x) = e^{x} \cdot (x)' = e^{x} \cdot 1$$

$$f(x) = e^{\heartsuit} \rightarrow f'(x) = e^{\heartsuit} \cdot \heartsuit'$$

$$f(x) = 42^{x} = \left(e^{\ln 42}\right)^{x} = e^{\ln 42 \cdot x}$$

$$f'(x) = e^{\ln 42 \cdot x} \cdot (\ln 42 \cdot x)' = e^{\ln 42 \cdot x} \cdot \ln 42$$

$$= 42^{x} \cdot \ln 42$$

1) $$\log \tfrac{1}{100} - \sqrt{e}^{\ln 4} + 4^{\operatorname{ld} 3} - 2 \operatorname{ld} 0{,}25$$

$$\log 10^{-2} - e^{\frac{1}{2}\cdot \ln 4} + 2^{2 \operatorname{ld} 3} - 2 \operatorname{ld} 2^{-2}$$

$$-2 \quad - \quad 2 \quad + \quad 9 \quad + \quad 4 \quad = \quad 9$$

2) $$100^{\lg 3} - \ln \tfrac{1}{e^2} + \tfrac{1}{2} \operatorname{ld} 16 - e^{-3 \ln \frac{1}{2}}$$

$$10^{2\cdot \lg 3} - \ln e^{-2} + \tfrac{1}{2} \operatorname{ld} 2^4 - e^{\ln (\frac{1}{2})^{-3}}$$

$$9 \quad - (-2) \quad + \tfrac{1}{2}\cdot 4 \quad - \quad 8 \quad = 5$$